

## Нелінійні хвильові процеси

### Робоча програма навчальної дисципліни (Силабус)

#### Реквізити навчальної дисципліни

Рівень вищої освіти	<i>Третій (освітньо-науковий)</i>
Галузь знань	<i>11 - Математика та статистика</i>
Спеціальність	<i>113 Прикладна математика</i>
Освітньо-наукова програма	<i>Математичне моделювання та обчислювальні методи</i>
Статус дисципліни	<i>Вибіркова</i>
Форма навчання	<i>Очна (денна)</i>
Рік підготовки, семестр	<i>2 курс, весняний семестр</i>
Обсяг дисципліни	<i>90 годин / 3 кредити ЕКТС (лекції – 20 год., практичні заняття – 10 год., СРС – 60 год.)</i>
Семестровий контроль/ контрольні заходи	<i>залік</i>
Розклад занять	<i>2 год лекційних та 1 год практичних занять на тиждень</i>
Мова викладання	<i>Українська</i>
Інформація про керівника курсу / викладачів	<i>Лекції та практичні заняття проводить: доктор філософії, Берчун Ярослав Олександрович, berchun93@gmail.com</i>
Розміщення курсу	<a href="https://classroom.google.com/c/ODQ3MjYwNDc2ODYx?cjc=uden3pgo">https://classroom.google.com/c/ODQ3MjYwNDc2ODYx?cjc=uden3pgo</a>

#### Програма навчальної дисципліни

##### 1. Опис навчальної дисципліни, її мета, предмет вивчення та результати навчання

**Дисципліна «Нелінійні хвильові процеси» спрямована на** ознайомлення здобувачів із сучасними теоретичними та прикладними аспектами хвильової динаміки у неперервних середовищах, зокрема з особливостями поширення хвиль за умов нелінійності матеріальних властивостей і геометричних ефектів. У межах курсу розглядаються фундаментальні положення теорії хвиль, класичні та узагальнені нелінійні моделі, багатомодові підходи до опису коливальних процесів, а також принципи чисельного моделювання та інтерпретації хвильових сигналів. Особлива увага приділяється зв'язку математичних моделей з фізичним змістом процесів і можливостям їх застосування у задачах інженерної практики та технічної діагностики.

**Мета дисципліни** – формування у здобувачів системного розуміння природи нелінійних хвильових явищ, оволодіння методами математичного опису та аналізу хвильових процесів, а також набуття навичок побудови адекватних моделей і застосування чисельних методів для дослідження динамічних задач. У результаті опанування курсу здобувачі повинні навчитися оцінювати вплив нелінійності на характер поширення хвиль, інтерпретувати результати моделювання та використовувати хвильові підходи для аналізу стану та поведінки реальних фізичних і інженерних систем.

**Предмет вивчення дисципліни** – нелінійні хвильові процеси в неперервних середовищах, що супроводжуються деформаціями, напруженнями та коливаннями під дією динамічних впливів різної інтенсивності. Розглядаються закономірності формування та поширення хвиль, вплив фізичної та геометричної нелінійності на їх характеристики, взаємодія різних типів хвиль, а

також методи математичного та чисельного аналізу відповідних задач. Окремі аспекти курсу ілюструються на прикладах інженерних об'єктів, де хвильові явища мають прикладне значення.

### **Програмні результати навчання:**

#### **Загальні компетентності**

- ЗК01. Здатність абстрактно мислити, виконувати поглиблений критичний аналіз, оцінку і синтез нових та комплексних ідей, формування необхідних методологічних принципів і навичок аналізу предмету наукового дослідження і явищ реального світу осмисленого підходу до життя, відокремлювати головні проблеми від другорядних, розуміти глобальні аспекти та їх наслідки;*
- ЗК02. Вміння виявляти проблему, виконувати постановку задачі та вирішувати її, зокрема, виявляти актуальні, значущі проблеми, які потребують розширення та переоцінки існуючих та/або розроблення нових підходів, створення нових моделей, методів, технологій, тощо генерувати нові ідеї.*
- ЗК03. Здатність до ґрунтовних досліджень, пошуку, оброблення аналізу інформації з різних джерел, використання сучасних інформаційних технологій, започаткування, планування, реалізації та коригування послідовного процесу ґрунтового наукового дослідження, демонструючи значну авторитетність, інноваційність, високий ступінь самостійності, з дотриманням належної академічної та професійної доброчесності й здатності до саморозвитку та самонавчання"*

#### **Фахові компетентності**

- ФК01. Здатність виконувати оригінальні наукові дослідження, визначати наукову проблему, формулювати робочі гіпотези дослідження, отримувати науковий результат, який передбачає продукування нових знань в прикладній математиці та дотичних мультидисциплінарних сферах, оприлюднювати отримані наукові результати*
- ФК02. Здатність до формулювання цілей та задач дослідження, його структурно-логічної схеми, розвинення окремих напрямків досліджень на основі існуючих та власних теоретичних підходів, моделей і методів, алгоритмів, що передбачає глибоке переосмислення наявних та створення нових цілісних знань.*
- ФК06 Здатність до розроблення нових та застосування математичних моделей, обчислювальних методів до розв'язання широкого кола прикладних задач, зокрема, в сфері національної безпеки та оборони, екологічної безпеки і збалансованого природокористування*
- ФК07 Здатність розв'язувати наукові та науково-прикладні проблеми, формулювати наукову проблему та робочу гіпотезу, будувати і розробляти логічну математичну схему розв'язку задач, обґрунтувати пропонувану методика розв'язку задач з належною аргументацією з чітким визначенням припущень, засобів дослідження і висновків щодо досягнення цілей, створення нових цілісних знань, безперервного саморозвитку та самовдосконалення*
- ФК09 Здатність використовувати дані експериментів і натурних спостережень на етапах постановки задач, опрацювання проєктних гіпотез моделі і формулювання результатів досліджень.*
- ФК08 Здатність приймати науково-обґрунтовані рішення, щодо розроблення нових методів та моделей, у процесі дослідження об'єктів та систем, робити на основі математичної постановки задачі попередній аналіз очікуваних результатів досліджень на основі загальних властивостей поведінки розв'язків задач більш загальних класів, оцінювати нові*

прикладні аспекти виконаних досліджень, за потреби, виконувати їх адаптацію для подальшого розвитку і використання для розв'язку інших задач прикладної математики та дотичних сферах

### **Програмні результати навчання**

- ПРН01. Мати сучасні концептуальні та методологічні знання в галузі прикладної математики, науково-дослідницької та/або професійної діяльності і на межі предметних галузей знань, достатні для виконання фундаментальних та прикладних досліджень на світовому рівні.
- ПРН06. Використовувати сучасні інформаційні та комунікаційні технології та навички володіння державною та англійською мовами для наукового спілкування, взаємодії, пошуку даних, обміну інформацією, критичного аналізу, оприлюднення та обговорення результатів дослідження та у викладацькій практиці
- ПРН07. Вміти оцінювати, класифікувати і обґрунтовувати вибір методів, алгоритмів, методик розв'язання задач дослідження, здійснювати пошук та оброблення даних, застосовувати сучасні інструменти та технології пошуку та аналізу даних, необхідних для виконання дослідження, застосовувати методи математичного моделювання, обчислювальні методи, методи математичної фізики, прикладної статистики, штучний інтелект.
- ПРН08. Формулювати гіпотези, виконувати теоретичний аналіз, експериментально підтверджувати, обґрунтовувати і застосовувати на практиці нові ідеї, інноваційні розробки, методи, технології розв'язку професійних, науково-технічних задач, в тому для національної безпеки та оборони, екологічної безпеки і збалансованого природокористування.
- ПРН09. Знати перспективні напрямки, розуміти математичні концепції, методи прикладної математики, зокрема, математичного моделювання, обчислювальні методи, вміти застосовувати їх у дослідженнях динамічних процесів та складних систем
- ПРН10 Знати сучасні тенденції розвитку, методи математичної фізики, вміти застосовувати ці знання для розв'язання широкого кола теоретичних та прикладних задач математичної фізики

## **2. Пререквізити та постреквізити дисципліни (місце в структурно-логічній схемі навчання за відповідною освітньою програмою)**

Дисципліна "Нелінійні хвильові процеси" вивчається в весінньому (четвертому) семестрі. Для вивчення дисципліни "Нелінійні хвильові процеси" аспірант має бути знайомий з базовим курсом із вищої математики в обсязі технічного ВНЗ, курсом із проблем і методів математичної фізики. Знання та навички, володіння якими суттєво полегшить освоєння нового матеріалу: навички практичного вирішення задач з вищої математики в обсязі технічного ВНЗ і задач математичної фізики.

На результатах навчання з дисципліни "Нелінійні хвильові процеси" базуються такі освітні компоненти, як курси «Математичне та програмне забезпечення розв'язання задач математичної фізики», «Перспективні напрямки моделювання складних систем», а також написання дисертаційної роботи.

## **3. Зміст навчальної дисципліни**

**Тема 1. Основи хвильових процесів у протяжних системах (лінійні моделі).**

**Лекція 1:**

Вступ до дисципліни. Поняття протяжної системи та приклади таких систем в інженерній практиці (стержні, труби, залізобетонні палі). Мотивація вивчення хвильових процесів у протяжних елементах конструкцій. Визначення хвилі в суцільному середовищі. Побудова елементарної механічної моделі (нескінченно малий елемент натягнутого канату) та ідейне виведення хвильового рівняння. Фізичний зміст параметрів моделі. Основні припущення лінійної теорії та межі її застосовності.

**Лекція 2:**

Поширення хвиль у скінченних протяжних системах. Граничні умови для хвильового рівняння: жорстке закріплення та вільний край. Відбиття хвиль від меж системи, інверсія та збереження фази. Суперпозиція зустрічних хвиль і утворення стоячих хвиль. Власні частоти та форми коливань стержня, їх інженерне значення. Коротке обговорення обмежень лінійної теорії та постановка проблеми нелінійних хвильових процесів.

**Практичне заняття 1. Лінійна хвильова задача та граничні умови.**

Розв'язування базових задач для одномірного хвильового рівняння. Аналіз впливу граничних умов (вільний та закріплений кінець) на характер поширення та відбиття хвиль. Інтерпретація отриманих результатів з точки зору фізичного змісту. Формування інтуїтивного розуміння стоячих хвиль та власних частот.

**Тема 2. Нелінійні та багатомодові моделі хвильових процесів.****Лекція 3:**

Поняття нелінійності у хвильових процесах. Відхід від принципу суперпозиції, залежність характеристик хвилі від амплітуди. Фізичні приклади нелінійних коливань у механічних системах і конструкційних елементах. Прояви нелінійності у матеріалах (тріщини, пластичні деформації) та геометрії (великі переміщення). Загальні наслідки нелінійності для поширення хвиль.

**Лекція 4:**

Класичні приклади нелінійних хвильових моделей. Огляд рівняння Кортевега–де Фріза та нелінійного рівняння Шредінгера як моделей, що демонструють основні нелінійні ефекти. Явище солітонів, їх фізичний зміст та прикладні інтерпретації. Обговорення того, чому подібні моделі важливі для розуміння реальних хвильових процесів у конструкціях.

**Лекція 5:**

Багатомодові моделі протяжних систем. Поняття моди коливань. Поздовжні, згинальні та крутильні хвилі в стержнях. Ідея трьохмодової та чотирьохмодової моделей, їх фізична інтерпретація. Взаємодія хвиль різних типів у межах однієї конструкції. Значення багатомодових моделей для адекватного опису хвильових процесів у залізобетонних палях.

**Практичне заняття 2. Приклад моделювання хвильового процесу в інженерній системі.**

Побудова математичної моделі хвильового процесу в інженерному об'єкті. Аналіз особливостей поширення та відбиття хвиль, інтерпретація отриманих результатів та зв'язок моделі з фізичними параметрами системи. Побудова розрахункової схеми, задання параметрів матеріалу та геометрії. Отримання часової залежності відгуку верхнього торця палі. Аналіз відбитих хвиль і зв'язок результатів з можливими дефектами.

**Тема 3. Чисельне моделювання хвильових процесів у протяжних системах.****Лекція 6:**

Роль чисельних методів у задачах хвильової динаміки. Типові інженерні задачі, що не мають аналітичного розв'язку (ударне навантаження, складні граничні умови, нелінійність). Загальні принципи дискретизації простору та часу. Переваги і обмеження чисельного підходу.

#### **Лекція 7:**

Метод скінченних різниць для хвильових задач. Побудова різницевої схеми на інтуїтивному рівні. Поняття стійкості чисельного алгоритму. Критерій Куранта–Фрідрікса–Леві та його фізичний зміст. Чисельна дисперсія і її вплив на результати моделювання.

#### **Лекція 8:**

Обчислювальна ефективність та складні алгоритми. Особливості чисельного розв'язання багатомодових моделей. Ідея розпаралелювання обчислень та її практичне значення. Огляд підходів, що застосовуються у сучасних програмних комплексах для хвильових і сейсмічних задач.

### **Практичне заняття 3. Чисельний розрахунок хвильового процесу методом скінченних різниць.**

Побудова простої різницевої схеми для хвильового рівняння. Реалізація одного сценарію чисельного розрахунку з фіксованими параметрами. Дослідження впливу кроку за часом і простором на стійкість рішення. Обговорення чисельних артефактів та їх фізичної інтерпретації.

### **Тема 4. Експериментальні методи та практичне застосування.**

#### **Лекція 9:**

Хвильові методи інженерної діагностики. Метод ударного імпульсу для контролю палі. Фізичний зміст вимірюваних сигналів. Основні параметри хвильового відгуку та їх зв'язок з геометрією і станом конструкції. Співставлення експериментальних даних з результатами математичного моделювання.

#### **Лекція 10:**

Моніторинг будівельних конструкцій і нормативний контекст. Поняття науково-технічного моніторингу. Типові параметри, що контролюються у динамічних системах. Приклади практичного застосування хвильових методів у забезпеченні безпеки та надійності інженерних споруд. Роль математичного моделювання у прийнятті інженерних рішень.

### **Практичне заняття 4. Інтерпретація хвильових сигналів і технічна діагностика.**

Порівняльний аналіз хвильових відгуків для бездефектної та дефектної палі. Робота з часовими діаграмами та спектрами сигналів. Формування інженерного висновку щодо технічного стану конструкції на основі хвильових даних. Узагальнення результатів курсу та обговорення практичних аспектів застосування хвильових методів.

### **Практичне заняття 5. Модульна контрольна робота.**

Самостійна робота аспірантів передбачає підготовку та поглиблене вивчення тем навчальної дисципліни за напрямками:

1. **Приклади протяжних систем в інженерії.** Огляд різних типів протяжних систем (канати підйомників, кабелі зв'язку, трубопроводи, пальові фундаменти) та аналіз специфіки хвильових процесів у них (на основі літературних джерел).

2. **Хвильові процеси у ґрунтовому середовищі.** Вивчення впливу ґрунту на поширення хвиль у палях: поняття про хвилі у півпросторі (сейсмічні хвилі), поглинання енергії ґрунтом, передача навантаження від палі до ґрунту.
3. **Експериментальні методи дослідження хвиль.** Вивчення основ експериментальних технік: імпульсний реєстратор, акселерометри, тензодатчики; методика проведення ударних випробувань паль; параметри, що вимірюються (прискорення, переміщення, частота резонансу).
4. **Лінійні та нелінійні коливання: порівняння.** Опрацювання прикладів: математичний маятник у лінійному (малі кути) та нелінійному режимі (великі кути); аналіз проявів нелінійності (нестала періоду, залежність періоду від амплітуди). Поширення цього розуміння на хвилі (явище залежності швидкості хвилі від амплітуди).
5. **Солітонні хвилі.** Ознайомлення з феноменом солітонів у нелінійних середовищах: вивчення історичного експерименту Джона Рессела (солітор на каналі), сучасних використань солітонів (оптика, електротехніка). Розуміння рівняння КдВ та його солітонного розв'язку.
6. **Багатохвильові моделі.** Дослідження поняття моди коливань: розбір різниці між модами поздовжніх, поперечних (конфігураційних) та згинальних хвиль у стержні. Пояснення термінології: “трьохмодова” та “чотирьохмодова” моделі.
7. **Фізична та геометрична нелінійність.** Теоретичне опрацювання відмінностей: фізична (нелінійна залежність напруження-деформація, приклад – пластичність або тріщини у бетоні), геометрична (нелінійність форми – великі прогини, повороти). Як ці нелінійності враховуються в рівняннях руху.
8. **Метод скінченних різниць (МСР).** Детальне опанування МСР: типи різницевих схем (явна, неявна, схема Лакса–Вендроффа), поняття про *чисельну дисипацію* та *дисперсію*.
9. **Метод скінченних елементів (МСЕ) для хвильових задач.** Вивчення основ МСЕ у динаміці: складання рівнянь руху для елемента, метод Ньюмарка для інтегрування в часі. Розуміння масової та жорсткісної матриць елемента.
10. **Алгоритми розпаралелювання.** Вивчення матеріалів про паралельні обчислення: поняття багатопотоковості, розподіл задач між процесорами, “граничні” випадки коли прискорення близьке до теоретичного максимуму (закон Амдаля).
11. **Моніторинг будівельних конструкцій.** Ознайомлення з державними будівельними нормами і стандартами моніторингу (ДСТУ-Н Б В.1.2-17:2016 та пов'язані нормативи). Поняття науково-технічного моніторингу, які параметри контролюються (деформації, нахили, прискорення тощо), періодичність.
12. **Діагностика палих фундаментів.** Огляд сучасних методів неруйнівного контролю паль: метод низхідного хвильового відгуку (інтегральний метод), метод імпедансу, сейсмічний метод (псевдо-сейсміка на поверхні). Розуміння їх фізичних основ та галузей застосування.
13. **Реальні кейси хвильової діагностики.** Пошук і аналіз опублікованого кейсу (стаття, звіт) про обстеження фундаментів або труб за допомогою хвиль. Короткий огляд: який об'єкт, який метод, основні результати, які висновки щодо технічного стану.
14. **Розвиток теорії нелінійних хвиль.** Історичний екскурс: від класичних робіт Герца (удар пружних куль) та Зиховича (непрямолінійні хвилі у стержнях) до сучасних досліджень (хаотичні хвилі, фрактальні солітони). Особливо звернути увагу на прикладні аспекти – де в техніці врахування нелінійності в хвилях є критично важливим (авіація, космічні троси тощо).
15. **Програмні засоби моделювання хвиль.** Огляд доступних програм і бібліотек: ANSYS Autodyn (для ударних хвиль), MATLAB PDE Toolbox, Python-бібліотеки (наприклад, FiPy). Вибір одного засобу, опис його можливостей, приклад задачі хвильового процесу, яку в ньому розв'язували (з літератури або документації).
16. **Аналіз спектрів сигналів.** Ознайомлення з методами обробки сигналів від датчиків (перетворення Фур'є, вейвлет-аналіз) та їх роллю у хвильовій діагностиці. Наприклад, розбір, як спектр відбитого сигналу може вказати на тип дефекту в тілі палі.

#### 4. Навчальні матеріали та ресурси

##### Основні:

1. Trofymchuk, O. M., Kaliukh, I. I., Berchun, Y. O., Marienkov, M. G., Khymenko, B. O., Tytarenko, V. A., & Vapnichna, V. V. (2025). Hybrid numerical method for the evaluation of the seismic protection of buildings based on digital twins. *Journal of Mathematical Sciences (United States)*, 291(5), Article. <https://doi.org/10.1007/s10958-025-07858-2>
2. Slyusarenko, Y., Ischenko, Y., Melashenko, Y., Kosheleva, N., Pavliuk, Y., Shokarev, V., Shokarev, A., Glazkova, S., Vapnichna, V., Berchun, Y. et al. (2025). Best historical practice: The retaining wall by military engineer Daniel de Bosquet on the landslide-prone slopes of the Kyiv-Pechersk Lavra. In F. M. Mazzolani, R. Landolfo, & B. Faggiano (Eds.), *Lecture Notes in Civil Engineering* (Vol. 596, pp. 209–217). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-031-87316-4\\_26](https://doi.org/10.1007/978-3-031-87316-4_26)
3. Kaliukh, I., Klymenkov, O., Berchun, V., Berchun, Y. et al. (2024). Elimination of tilts in multi-story buildings using an experimental information-analytical system and digital twins. In R. S. Henry & A. Palermo (Eds.), *fib Symposium: Vol. 2024. Proceedings of the 20th fib Symposium on ReConStruct: Resilient Concrete Structures* (pp. 2326–2336). fib. The International Federation for Structural Concrete. ISBN 978-294064325-7. <https://www.scopus.com/pages/publications/85216934515>
4. Kaliukh, I., Vasylenko, V., Berchun, Y. et al. (2023). The computational intelligence application for assessing the technical state of a multi-storey building damaged by an explosion. In 2023 IEEE 4th KhPI Week on Advanced Technology (KhPI Week 2023) – Conference Proceedings (pp. 1–5). Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek61412.2023.10312914>
5. Trofymchuk, O., Lebid, O., Berchun, V., Berchun, Y., & Kaliukh, I. (2022). Ukraine’s cultural heritage objects within landslide hazardous sites. In I. Vayas & F. M. Mazzolani (Eds.), *Protection of historical constructions: Proceedings of the 4th International Conference on Protection of Historical Constructions (PROHITECH 2021)*, Athens, Greece, October 25–27, 2021 (*Lecture Notes in Civil Engineering*, Vol. 209, pp. 951–961). Springer. [https://doi.org/10.1007/978-3-030-90788-4\\_73](https://doi.org/10.1007/978-3-030-90788-4_73)
6. Dovgyi, S., Trofymchuk, O., Lebid, O., Kaliukh, I., Berchun, V., & Berchun, Y. (2022). Aeroelastic flutter oscillations of distributed systems. In 2022 IEEE 3rd KhPI Week on Advanced Technology (KhPI Week 2022) – Conference Proceedings (pp. 1–Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc. <https://doi.org/10.1109/KhPIWeek57572.2022.9916499>
7. Kaliukh, Y. I., & Berchun, Y. A. (2020). Four-mode model of dynamics of distributed systems. *Journal of Automation and Information Sciences*, 52(2), 1–12. <https://www.scopus.com/pages/publications/85085274581>

##### Нормативно-правова література:

1. **ДСТУ-Н Б В.1.2-17:2016.** Настанова щодо науково-технічного моніторингу будівель і споруд. – Мінрегіонбуд України, 2017. – 42 с.

##### Інформаційні ресурси:

1. Електронний ресурс “Випробування паль” від компанії PileTest. URL: <http://www.piletest.com/knowledge-center/>.
2. Наукова бібліотека онлайн НАН України. Репозитарій дисертацій та звітів. URL: <http://ir.libnas.vn.ua>.
3. Відеолекція “Sonic Integrity Testing of Piles” (YouTube, user NDT Channel).
4. Сайт UkrDRG (Українська геотехнічна група). Розділ “Статті”. URL: <https://ukrdrg.org/uk/library/>.

5. Документ “Guide to Long Rod Dynamics” (NASA Technical Memorandum) (NASA Technical Reports Server).
6. Онлайн-курс “Elastic Waves in Solids” (Coursera, Univ. of Michigan).
7. Програмне забезпечення “Wave 1D” (GitHub).

### Навчальний контент

#### 5. Методика опанування навчальної дисципліни (освітнього компонента)

№ п/п	Змістові модулі / теми	Кількість годин, відведених на:			Термін виконання
		лекції	лаб. заняття	сам. робота.	
1	2	3	4	5	6
T1	<p>Основи хвильових процесів у протяжних системах (лінійні моделі) (Тема 1)</p> <p><i>Короткий зміст теми</i></p> <p><i>У межах теми розглядаються фундаментальні положення теорії хвиль у неперервних середовищах на основі лінійних моделей. Виводиться хвильове рівняння для одномірного випадку, аналізуються його фізичний зміст та припущення, що лежать в основі лінійної теорії. Досліджуються граничні умови, механізми відбиття хвиль, утворення стоячих хвиль, поняття власних частот і форм коливань. Тема формує базове уявлення про хвильові процеси як про результат взаємодії інерційних та відновлювальних сил у суцільному середовищі.</i></p>	4	2	10	1-2 тижні
T2	<p>Нелінійні та багатомодові моделі хвильових процесів (Тема 2)</p> <p><i>Короткий зміст теми</i></p> <p><i>Тема присвячена аналізу впливу фізичної та геометричної нелінійності на характер поширення хвиль. Розглядаються основні прояви нелінійності, відхід від принципу суперпозиції, залежність параметрів хвиль від амплітуди. Обговорюються класичні нелінійні хвильові рівняння та їх фізичні інтерпретації, а також багатомодові підходи до опису взаємодії різних типів коливань у складних системах. Тема розширює лінійний підхід та формує розуміння складної динамічної поведінки реальних об'єктів.</i></p>	6	2	20	3-5 тижні
T3	<p>Чисельне моделювання хвильових процесів у протяжних системах (Тема 3)</p> <p><i>Короткий зміст теми</i></p> <p><i>У межах теми вивчаються принципи чисельного розв'язання задач хвильової динаміки. Розглядаються підходи до дискретизації простору та часу, побудова різницевого схем, критерії стійкості та точності чисельних</i></p>	6	2	20	6-8 тижні

	<i>алгоритмів. Аналізуються особливості чисельної дисперсії, вплив параметрів сітки на результати розрахунку, а також питання обчислювальної ефективності та можливості розпаралелювання. Тема формує практичні навички використання математичних моделей для дослідження складних динамічних задач.</i>				
T4	Експериментальні методи та практичне застосування (Тема 4) <i>Короткий зміст теми</i> Тема присвячена зв'язку теоретичних і чисельних моделей з експериментальними методами дослідження хвильових процесів. Розглядаються принципи формування та реєстрації хвильових сигналів, інтерпретація часових і спектральних характеристик, використання хвильових підходів у задачах технічної діагностики та моніторингу. Обговорюються приклади практичного застосування хвильових методів для оцінювання стану інженерних об'єктів і прийняття обґрунтованих технічних рішень.	4	2	10	9-10 тижні
МКР	Модульна контрольна робота		2		
	<b>Всього модуль</b>	<b>20</b>	<b>10</b>	<b>60</b>	

## 6. Самостійна робота студента/аспіранта

№	Вид самостійної роботи	Кількість годин (орієнтовно)
1.	Підготовка до аудиторних занять	30
2.	Підготовка завдань за напрямками з переліку тем для самостійної роботи	30
	<b>Всього</b>	<b>60</b>

## Політика та контроль

### 7. Політика навчальної дисципліни (освітнього компонента)

Вимоги, яких має дотримуватися студент в рамках даної дисципліни:

- правила відвідування занять: відвідування лекцій та практичних занять, а також відсутність на них, не оцінюється. Однак, студентам рекомендується відвідувати заняття, оскільки на них викладається теоретичний матеріал та розвиваються навички, необхідні для виконання семестрового індивідуального завдання та проводяться контрольні заходи (тести) з поточної оцінки самостійної роботи студентів з засвоєння поточного матеріалу. Останні є складовою частиною поточного рейтингу і проводяться тільки у день проведення відповідних лекцій та практичних занять. Система оцінювання орієнтована на отримання балів за своєчасність виконання студентами практичних та контрольних робіт, а також виконання завдань, які здатні розвинути практичні уміння та навички;
- правила поведінки на заняттях: студент повинен брати участь у розв'язку задач, готувати короткі доповіді;

- захист практичних робіт – захист відбувається у визначені терміні під час аудиторних занять;
- політика щодо академічної доброчесності – політика та принципи академічної доброчесності визначені у Етичному кодексі вченого Інституту телекомунікацій та глобального інформаційного простору НАН України.

## 8. Види контролю та рейтингова система оцінювання результатів навчання (PCO)

Семестровий контроль - залік. Рейтингова система оцінювання результатів навчання передбачає оцінювання заходів поточного контролю з дисципліни впродовж семестру. Рейтингова оцінка здобувача складається з балів, отриманих здобувачем за результатами заходів поточного контролю. Рейтингова оцінка доводиться до здобувачів на передостанньому занятті з дисципліни в семестрі. Здобувачі, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку 60 і більше балів, отримують відповідну до набраного рейтингу оцінку без додаткових випробувань

Зі здобувачами, які виконали всі умови допуску до заліку та мають рейтингову оцінку менше 60 балів, а також з тими здобувачами, хто бажає підвищити свою рейтингову оцінку, на останньому за розкладом занятті з дисципліни в семестрі викладач проводить семестровий контроль у вигляді залікової контрольної роботи.

Для посилення зацікавленості здобувачів у якісному виконанні індивідуальних семестрових завдань, передбачених індивідуальним навчальним планом здобувача, рейтингову оцінку, у разі виконання залікової контрольної роботи, можна визначати як суму балів за залікову контрольну роботу та балів за індивідуальне семестрове завдання. У цьому випадку розмір шкали оцінювання залікової контрольної роботи зменшується на максимальне значення балів, передбачених за виконання відповідного індивідуального семестрового завдання.

Після виконання залікової контрольної роботи, якщо оцінка за залікову контрольну роботу більша ніж за рейтингом, здобувач отримує оцінку за результатами залікової контрольної роботи. Якщо оцінка за залікову контрольну роботу менша ніж за рейтингом, застосовується один з двох варіантів «м'яка» PCO – здобувач отримує більшу з оцінок, що отримані за результатами залікової контрольної роботи або за рейтингом.

До відомості семестрового контролю викладач заносить рейтингові бали, отримані здобувачем у семестрі або за результатами виконання залікової контрольної роботи, та оцінку відповідно до цих балів

### Критерії нарахування балів:

1. Практичні заняття оцінюються виходячи з максимальної кількості балів - 20 бали кожне:

- «відмінно» – 95 відсотків максимального балу;
- «добре» – 75-95;
- «задовільно» – 60-75;
- «достатньо» – 50 відсотків – робота виконана, але не захищена.

Умови допуску до підсумкового контролю: зарахування усіх практичних робіт

Рейтинг студента з дисципліни складається з балів, що він отримує за:

- виконання ПРАКТИЧНИХ (лабораторних) робіт;
- виконання самостійної роботи.

За період вивчення дисципліни студент може набрати 100 балів. Їх розподіл між видами робіт наведено в таблиці 1

Бали за виконання	Номер практичної роботи або теми					Разом
	1	2	3	4		
Практичної роботи	15	20	20	15		100
Самостійної роботи	15	20	20	15		

2. Залікова контрольна робота оцінюється за такими критеріями:

- «відмінно» – повна відповідь (не менше 90% потрібної інформації), надані відповідні обґрунтування та особистий погляд;
- «добре» – достатньо повна відповідь (не менше 75% потрібної інформації), що виконана згідно з вимогами до рівня «умінь», або незначні неточності);
- «задовільно» – неповна відповідь (не менше 60% потрібної інформації, що виконана згідно з вимогами до «стереотипного» рівня та деякі помилки);
- «незадовільно» – незадовільна відповідь–0 балів.

*Залікова контрольна робота складається з відповідей на 3 питання з переліку, представлено у складі навчального контенту (пункт 9).*

Відповідність рейтингових балів оцінкам за шкалою Інституту та шкалою ECTS

Рейтингова оцінка	Оцінка за національною шкалою	Оцінка за шкалою ECTS
90-100	Відмінно	A
82-89	Дуже добре	B
75-81	Добре	C
69-74	Задовільно	D
60-68	Достатньо	E
45-59	Не задовільно	FX
Невиконання умов допуску до семестрового контролю	Не допущено	

## 9. Додаткова інформація з дисципліни (освітнього компонента)

- перелік питань, які виносяться на семестровий контроль:

Ухвалено:

Вченою радою Інституту телекомунікацій  
і глобального інформаційного простору  
НАН України Протокол №11 від 28.08.2025

Введено в дію:

Наказом директора

Наказ від 29.08.2025 №47-с

### Додаток 1. Перелік питань до заліку з дисципліни

1. Що таке *протяжна система* в контексті математичного моделювання? Наведіть приклади протяжних систем і поясніть, чому їхні коливання вивчають окремо.
2. Які основні типи хвиль можуть поширюватися в пружному стержні? Поясніть різницю між поздовжніми, поперечними (згинальними) та крутильними хвилями.
3. Запишіть хвильове рівняння для одновимірного пружного середовища. Який фізичний зміст його параметрів (щільність, модуль пружності)?
4. Розв'яжіть хвильове рівняння для нескінченного стержня з заданими початковими умовами (наприклад, початковий зсув у вигляді гаусового імпульсу). Який вигляд має загальне рішення?
5. Сформулюйте граничні умови для хвильового рівняння на закріпленому та вільному кінцях стержня. Як ці умови впливають на відбиття хвилі?
6. Поясніть явище стоячих хвиль у скінченному стержні. За якої умови виникають стоячі хвилі? Як визначити власні частоти і форми коливань стержня довжиною  $L$ ?
7. Що розуміється під **нелінійною хвилею**? Чим відрізняється поширення нелінійної хвилі від лінійної? Наведіть приклад нелінійного ефекту при поширенні хвиль.
8. Наведіть приклад нелінійного диференціального рівняння, що описує хвильовий процес. Які додаткові члени (порівняно з лінійним хвильовим рівнянням) в ньому присутні і що вони означають?
9. Що таке **солітон**? В яких середовищах і при яких умовах можуть утворюватися солітони? Чим солітон відрізняється від звичайної лінійної хвилі?
10. Розкрийте поняття **багатомодової моделі протяжної системи**. Які моди (типи хвиль) враховано в чотирьохмодовій моделі стержня і як вони фізично інтерпретуються?
11. У чому полягає відмінність між *конфігураційними* (поперечними зсувними) та *згинальними* хвилями у стержні? Чому в багатомодовій моделі їх розрізняють?
12. Поясніть термін **геометрична нелінійність**. Як великі переміщення елемента конструкції можуть впливати на його хвильову поведінку?
13. Поясніть термін **фізична нелінійність**. Як нелінійні властивості матеріалу (наприклад, пластичність бетону, відкриття тріщин) впливають на хвилі?
14. Яка мета використання чисельних методів у задачах поширення хвиль? Чому аналітичні методи часто недостатні для нелінійних або складних задач?
15. Опишіть алгоритм **методу скінченних різниць** для одномірного хвильового рівняння. Що таке різницева схема і як її побудувати для другої похідної за часом?
16. Сформулюйте критерій стійкості Куранта–Фрідрікса–Леві (КФЛ). Для якого типу схем він необхідний? Що відбувається, якщо цей критерій порушити?
17. У чому різниця між явною та неявною різницевими схемами при моделюванні хвиль? Порівняйте їх з точки зору стабільності та обчислювальної трудомісткості.
18. Як можна підвищити точність різницевого розв'язання хвильової задачі? Поясніть ідею підвищення порядку апроксимації та прийоми, як-от штучна в'язкість для запобігання осциляціям.
19. Опишіть принцип **методу скінченних елементів** (МСЕ) у застосуванні до динамічної задачі. Що таке матриця маси і матриця жорсткості елемента? Яким методом інтегрують рівняння руху в часі в МСЕ?
20. В яких випадках метод скінченних елементів може бути більш зручним за метод скінченних різниць для моделювання хвиль? Наведіть приклад задачі, де МСЕ має перевагу.
21. Поясніть ідею **розпаралелювання** обчислень для багатомодових моделей. Як можна розподілити обчислення, якщо в системі рівнянь є кілька типів хвиль? Який вигаш у часі це дає?
22. Що таке **монотонізація чисельного рішення** і чому вона важлива при моделюванні хвильових процесів? Як проявляються немонотонності (негативні значення щільності енергії, осциляції) у чисельних схемах?
23. В яких ситуаціях хвильові методи можуть бути використані для **діагностики інженерних споруд**? Поясніть на прикладі залізобетонної палі, як аналіз хвильового відгуку дозволяє виявити дефекти.

24. Опишіть послідовність виконання експерименту **ударного імпульсного контролю палі**. Яке обладнання використовується та які дані збираються?
25. Як за даними виміряного відбитого сигналу від удару по палі визначити довжину палі або наявність дефекту? Які параметри сигналу аналізуються?
26. Що показує порівняння відгуку **бездефектної** та **дефектної** палі в моделях та експериментах? Які характерні відмінності у часових історіях або спектрах сигналів очікуються?
27. Які існують нормативні документи для **моніторингу будівельних конструкцій** в Україні? Назвіть принаймні один та коротко охарактеризуйте, що він регламентує.
28. Що розуміють під **науково-технічним моніторингом будівель і споруд**? Які основні етапи впровадження системи моніторингу на об'єкті?
29. Які параметри (величини) зазвичай контролюються під час динамічного моніторингу конструкцій? Наведіть приклади гранично допустимих значень (наприклад, для прискорень, переміщень).
30. Поясніть, як результати математичного моделювання хвиль можуть бути використані для підвищення безпеки та надійності конструкцій. Наведіть конкретний приклад такої реалізації (моніторинг, діагностика або проектування).
31. У чому полягає сутність **динамічної сертифікації** споруд? Як випробування коливаннями (штучними чи природними) допомагають оцінити стан чи параметри споруди (наприклад, протизсувної підпірної стінки)?
32. Як геофізичні хвильові методи (сейсміка відбиття) співвідносяться з задачами діагностики палей? Чи можна вважати метод ударного імпульсу по палі видом сейсмічного дослідження в мініатюрі? Поясніть аналогії та відмінності.
33. Охарактеризуйте основні труднощі моделювання **нелінійних хвильових процесів**. Чому нелінійні рівняння часто потребують спеціальних підходів (наприклад, крок за часом набагато менший, виникнення розривів рішення)?
34. В яких випадках для аналізу хвиль у протяжних системах може знадобитися **тривимірне моделювання**? Наведіть приклад, коли спрощена одновимірна модель стержня недостатня, і потрібно врахувати 3D-ефекти (наприклад, локальне руйнування матеріалу, неоднорідність перетину).
35. Які міжнародні дослідження або стандарти (наприклад, рекомендації **fib** – International Federation for Structural Concrete) існують щодо діагностики палевих фундаментів за допомогою хвиль? Назвіть хоча б одну міжнародну ініціативу чи документ у цій сфері.
36. Поясніть поняття **групова швидкість** у контексті хвильових процесів. Чому для дисперсійних хвиль групова швидкість має важливе значення? Як це стосується згинальних хвиль у балках?
37. Як саме **нелінійність матеріалу** (наприклад, тріщини в бетоні) може бути врахована в чисельній моделі? Опишіть підхід – чи це зміна параметрів моделі при перевищенні деякого порогу, чи додавання спеціальних нелінійних елементів?
38. В яких задачах хвильової динаміки протяжних систем може з'явитися **затухання хвиль**? Як моделюється демпфування у рівняннях (назвіть вид терміну, що додається)? Як підбір коефіцієнта демпфування впливає на результати?
39. Чим відрізняється **поширення хвилі в однорідному стержні** від поширення хвилі, коли вздовж довжини стержня є зміни (неоднорідності) матеріалу чи перерізу? Як такі неоднорідності вплинуть на форму і швидкість хвилі?
40. Опишіть алгоритм визначення **власної частоти** складної протяжної системи (наприклад, пального ряду) за допомогою модального аналізу. Як хвильові процеси проявляються у власних формах коливань всієї системи?